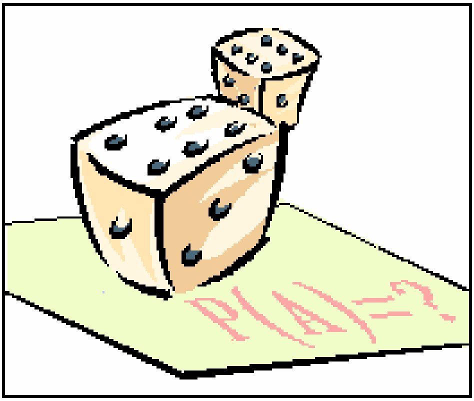
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА

ПРОГРАММА, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

(Для студентов заочной формы обучения)



Харьков –2007

Харьков –2007

Программа, методические указания и контрольные задания по теории вероятностей (для студентов заочной формы обучения). Авт. Самойленко Н.И. – Харьков: ХНАГХ, 2007. – 75 с.

Автор: д.т.н., проф. Н.И.Самойленко

Рецензент: д.т.н., проф. В.М.Левыкин (Харьковский национальный университет радиоэлектроники).

Рекомендовано кафедрой прикладной математики и информационных технологий, протокол №1 от 31 августа 2006 г.

Цель дисциплины – способствовать дальнейшему повышению уровня математической подготовки студентов и обеспечить будущих специалистов математическими методами стохастического анализа производственных ситуаций и принятия обоснованных решений.

Предмет дисциплины – стохастические задачи, которые возникают в инженерной практике, и методы их решения.

П Р О Г Р А М М А К У Р С А

1. Случайные события.
1.1. Предмет и задачи теории вероятности.
1.2. Аксиоматика
1.3. Пространство элементарных событий
1.4. Вероятность события.
1.5. Случаи и непосредственный подсчет вероятностей

2. Сложные события
2.1. Алгебра событий
2.2. Зависимые и независимые события
2.3. Вероятность суммы и произведения событий
2.4. Противоположные события

3. Алгебра гипотез
3.1. Формула полной вероятности
3.2. Формула Байеса

4. Повторение опыта
4.1. Теорема Бернулли
4.2. Локальная и интегральная теоремы Лапласа
4.3. Наивероятнейшее число наступления событий

5. Случайные дискретные величины
5.1. Закон распределения случайных величин
5.2. Формы задания случайных дискретных величин
5.3. Вероятность попадания случайной дискретной величины в заданный диапазон значений
5.4. Числовые характеристики случайных дискретных величин
5.5. Биномиальный закон распределения
5.6. Пуассоновский закон распределения

6. Случайные непрерывные величины

6.1. Формы задания случайной непрерывной величины
6.2. Вероятность попадания случайной непрерывной величины в заданный диапазон значений
6.3. Числовые характеристики случайной непрерывной величины
6.4. Равномерный закон распределения
6.5. Показательный закон распределения
6.6. Нормальный закон распределения и другие
7. Системы случайных величин.
7.1. Случайный вектор
7.2. Формы задания случайного вектора
7.3. Условные законы распределения
7.4. Числовые характеристики случайного вектора
7.5. Корреляционный момент и корреляционная матрица
7.6. Функции случайных аргументов
7.7. Теоремы о числовых характеристиках функций случайных аргументов

ЛИТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика – М.: Высшая шк., 1977.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике – М.: Высш. шк., 1975.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей – М.: Наука, 1970.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Указания по выполнению контрольной работы

В данном методическом пособии приведено 210 индивидуальных заданий для контрольной работы. Задания разбиты на 30 вариантов – по 7 заданий, имеющих одинаковую сложность и охватывающих все разделы курса. Каждый студент должен выполнить задания одного из вариантов и оформить их в виде контрольной работы.

При выполнении контрольной работы следует строго придерживаться ниже приведенных правил.

1. Контрольная работа выполняется в отдельной ученической тетради.

2. Титульная страница должна оформляться по образцу (см. Приложение В).

3. Решению каждой задачи должно предшествовать ее условие.

4. Последовательность решения задач излагать подробно и аккуратно.

5. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается.

Указания по выбору варианта

Вариант контрольной работы каждым студентом выбирается в соответствии с номером его зачетной книжки. Для определения варианта необходимо число, образованное двумя последними цифрами номера зачетной книжки, разделить на 30. При этом остаток от деления определит вариант контрольной работы. Например: номеру зачетной книжки 200675 соответствует вариант **15** (75 : 30 = 2 и остаток 15) ; номеру 99107 – вариант **7** (07 : 30 = 0 и остаток 7). При получении нулевого остатка выбирается вариант 30.

Основные понятия теории вероятностей

Под *опытом* понимают некоторую совокупность условий, в которых наблюдается то или иное явление, фиксируется тот или иной результат.

Событием (или *случайным событием*) называется всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

Вероятностью некоторого событья называется численная мера степени объективной возможности появления этого событию в результате нового опыта.

Вероятность события A обозначается как $P(A)$.

Достоверным называется событие U, которое в результате опыта непременно происходит. Для достоверного события $P(U) = 1$.

Невозможным называется событие, которое в результате опыта не может произойти происходит. Вероятность появления невозможного события равна нулю .

Вероятность собственно случайного события А заключена между нулем и единицей: $0 < P(A) < 1$.

Полной группой событий называется несколько попарно несовместных событий таких, что в результате опыта одно из них непременно происходит.

Несколько событий в данном опыте называются *несовместными*, если никакие два из них не могут произойти одновременно в одном опыте.

Несколько событий называются *равновозможными*, если они обладают равной степенью объективной возможности произойти в результате опыта.

Если исходы опыта образуют полную группу несовместных равновозможных событий, то они называются *случаями*.

Случай называется благоприятствующим событию A, если его появление влечет за собой появление события A.

Классическое определение вероятности

Если результаты опыта сводятся к схеме случаев, то вероятность события А вычисляется по формуле

$$P(A) = \frac{m}{n}, \tag{1}$$

где n – общее число случаев; m – число случаев, благоприятствующих событию A.

Часто для подсчета величин n и m в формуле (1) используют формулы комбинаторики: для числа сочитаний из n элементов по m – формулу $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!n!} = C_n^{n-m}$; для числа размещений из n элементов по m – формулу $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; для числа перестановок из m элементов – формулу $P_n = n! = A_n^n$. При этом $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$. Исключение: $0!=1$.

Пример 1. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятности событий: A – сумма выпавших очков равна 6; В – произведение выпавших очков равно 8; C – сумма и произведение выпавших очков равны 8.

Решение. Общее число возможных элементарных исходов опыта $n = 36$, так как выпадение очков на одной кости имеет 6 вариантов, и каждый вариант одной кости может сочетаться с 6 вариантами другой кости. Все исходы составляют полную группу несовместных равновозможных событий.

Благоприятствующими событию A являются следующие исходы: 2+6; 3+5; 4+4; 5+3; 6+2, т.е. m =5. Искомая вероятность, согласно формуле (1), $P(A) = \frac{5}{36}$.

Благоприятствующими событию B являются два исхода: 2×4; 4×2, т.е. m =2. Согласно формуле (1) $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Благоприятствующих событию C исходов – нет, т.е. m = 0, и $P(C) = 0$.

Пример 2. В ящике 100 деталей, из них 10 – бракованные. Наудачу извлекаются 4 детали. Найти вероятность события A – наличие среди извлекаемых деталей ровно трех стандартных.

Решение. Общее число возможных исходов $n = C_{100}^4$. Все они образуют полную группу несовместных равновозможных событий.

Подсчитаем число исходов, благоприятствующих событию A. Три стандартные детали из 90 имеющихся в ящике можно извлечь C_{90}^{3} способами. С каждой полученной выборкой из 3 стандартных деталей может сочетаться одна нестандартная деталь из 10 имеющихся C_{10}^{1} способами. Следовательно, $m = C_{90}^{3} \cdot C_{10}^{1}$, а $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{90}^{3} \cdot C_{10}^{1}}{C_{100}^{4}} = 0{,}3$.

Пример 3. На десяти карточках написаны цифры 0, 1, … , 9. Три из них выбираются наугад и укладываются на стол в порядке появления. Найти вероятность того, что: а) получится число 245 (событие A); б) из выбранных цифр можно составить число 245 (событие B).

Решение. Общее число всех возможных исходов опыта – это число размещений из 10 элементов по 3. Полученные соединения элементов (карточак) могут отличаться друг от друга или самими элементами, или порядком их следования. Все исходы образуют полную группу несовместных равновозможных событий в количестве $n = A_{10}^{3} = 720$. Из общего числа исходов только один благоприятен получению числа 245, т.е. число благоприятствующих исходов $m = 1$. Тогда искомая вероятность события A, согласно формуле (1), $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

В отличие от события A для события B общее число исходов опыта вычисляется как число сочетаний из 10 по 3, так как порядок выбора элементов не играет роли.. Искомая вероятность $P(B) = \frac{1}{C_{10}^{3}} = \frac{1}{120}$.

Пример 4. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «КНИГА». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы, а затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «КНИГА».

Решение. Из пяти букв ребенок может составить различные буквосочетания, которые отличаются друг от друга только порядком следования букв. Поэтому число всех исходов опыта вычислим как число перестановок из 5 элементов: $n = P_5 = 5!=120$. Все исходы образуют полную группу несовместных равновозможных событий, из которых только одно благоприятствует появлению событию A – восстановлению слова «КНИГА». Следовательно, искомая вероятность $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{120}$.

Пример 5. Из шести букв разрезной азбуки составлено слово «АНАНАС». Найти, как и в предыдущей задаче, вероятность восстановления слова.

Решение. Общее число возможных исходов опыта $n=P_6=6!=720$. Число благоприятных исходов m больше, чем в предыдущей задаче. Следует учесть, что перестановка местами двух букв Н, значения слова не меняет. Соответствующее число перестановок определяется как $P_2=2!=2$. Но с каждой перестановкой букв Н может сочетаться перестановка из трех букв А. Общее число перестановок последних определяется как $P_3=3!=6$. Таким образом, число благоприятствующих исходов $m=P_2\cdot P_3=12$. Искомая вероятность $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{12}{720}=\frac{1}{60}$.

Сложные события. Основные теоремы теории вероятностей

Суммой двух событий A и B называют событие C, состоящее в появлении хотя бы одного из событий A и B.

Суммой нескольких событий называют событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий.

Произведением двух событий A и B называют событие D, состоящее в совместном появлении событий A и B.

Произведением нескольких событий называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Теорема о вероятности суммы событий. Вероятность суммы двух событий равны сумме их вероятностей минус вероятность произведения этих событий:

$$P(A+B)=H(A)+P(B)-P(A\cdot B)\,. \qquad (2)$$

В случае *несовместных* событий вероятность их суммы определяется по формулам:

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \quad \text{– для двух событий А и В;} \qquad (3)$$

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n) \quad \text{– для } n \text{ событий.} \qquad (4)$$

Два несовместных события А и $\overline{A}$ называются *противоположными*, если они составляют полную группу. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A)+P(\overline{A})=1\,. \qquad (5)$$

Теорема о вероятности произведения двух событий. Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло:

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)\,, \qquad (6)$$

где $P_A(B)$ – условная вероятность события B при условии, что состоялось событие A; $P_B(A)$ – условная вероятность события A при условии, что состоялось события B.

В случае *независимых* событий формула (6) упрощается:

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B) \quad \text{– для двух событий } A \text{ и } B; \qquad (7)$$

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n) \quad \text{– для } n \text{ событий.} \qquad (8)$$

Пример 6. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия батареи равна 0,7; из второго – 0,8. Найти вероятность поражения цели при одном залпе батареи.

Решение. Введем обозначения. Пусть A – событие, которое заключается в попадании в цель первым орудием; B – вторым. Рассматриваемые события являются совместными и независимыми. Следовательно, событие C (поражение мишени при залпе) является суммой двух совместных событий, и вероятность события C можно определить по формуле (2)

$$P(C)=P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)=P(A)+P(B)-PA)\cdot P(B)=$$
$$=0{,}7+0{,}8-0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}94\,.$$

Данную задачу можно решить и другим способом.

Цель будет поражена, если произойдет одно из трех несовместных событий: $A_1\cdot\overline{A_2}$ – в цель попало первое орудие и не попало второе; $\overline{A_1}\cdot A_2$ – в цель не попало первое орудие и попало второе; $A_1\cdot A_2$ – в цель попали оба орудия. В этом случае, применяя теорему о сумме несовместных событий в форме (4), а затем теорему о произведении независимых событий, получим

$$P(C)=P(A_1\cdot\overline{A_2})+P(\overline{A_1}\cdot A_2)+P(A_1\cdot A_2)=$$
$$=P(A_1)\cdot P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1})\cdot P(A_2)+P(A_1)\cdot P(A_2)=$$
$$=0{,}7\cdot(1-0{,}8)+(1-0{,}7)\cdot 0{,}8+0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}94\,.$$

Самый простой способ решения рассматриваемой задачи заключается в представлении вероятности события C через вероятность противоположного события $\overline{C}$ – промах обоих орудий:

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\overline{A_1}\cdot\overline{A_2})=1-P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})=1-(1-0{,}7)(1-0{,}8)=0{,}94\,.$$

Пример 7. Студент пришел на экзамен, зная ответы на 15 из 20 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на три заданных экзаменатором вопроса.

Решение. Событие C (студент знает ответы на все три вопроса) представляет собой произведение трех зависимых событий: A_1 (студент знает ответ на первый вопрос); A_2 (студент знает ответ на второй вопрос при условии, что он ответил на первый) и A_3 (студент знает ответ на третий вопрос при условии, что он ответил на первый и второй). Вычислим вероятности этих событий: $P(A_1) = \frac{15}{20}$; $P_{A_1}(A_2) = \frac{14}{19}$; $P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{13}{18}$.

По теореме о вероятности произведения зависимых событий

$$P(C) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{13}{18} = 0{,}368 \ .$$

Пример 8. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «*КНИГА*». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы, а затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «*КНИГА*».

Решение. Данная задача уже рассматривалась (см. Пример 4). Приведем второй вариант решения, используя основные теоремы вероятности.

Чтобы в порядке появления букв получилось слово «*КНИГА*», первой должна появиться буква *К*. Вероятность такого события $P(K) = \frac{1}{5}$, поскольку из пяти возможных исходов только один благоприятствует появлению буквы *К*. Предположим, что это событие произошло. Тогда вероятность того, что из оставшихся четырех букв следующей появится *Н*, определяется как $P_K(H) = \frac{1}{4}$. Аналогично вычисляются вероятности последовательного появления букв *И*, *Г* и *А*: $P_{K \cdot H}(И) = \frac{1}{3}$; $P_{K \cdot H \cdot И}(Г) = \frac{1}{2}$; . По теореме о вероятности произведения зависимых событий найдем искомую вероятность: $P(K \cdot H \cdot И \cdot Г \cdot A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{120}$.

Формула полной вероятности и формула Байеса

Если в условиях опыта событие *А* появляется совместно с одним из полной группы несовместных событий (гипотез) $H_i \ \left(i \in \{1, 2, \ldots, n\}\right)$, то средняя вероятность события *А* определяется по *формуле полной* (средней) *вероятности*:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P_{H_i}(A / H_i), \qquad (9)$$

где $P(H_i)$ – вероятность гипотезы H_i; $P(A/H_i)$– условная вероятность события A при осуществлении гипотезы H_i.

Если известны априорные (доопытные) вероятности гипотез $P(H_i)$ и известно, что событие A произошло, то апостериорные (послеопытные) вероятности гипотез вычисляются по *формуле Байеса:*

$$P(H_j/A)=\frac{P(H_j)\cdot P(A/H_j)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A/H_j)}, \qquad (10)$$

Пример 9. На склад поступает продукция трех фабрик, при этом доля продукции первой фабрики составляет 20%, второй – 46%, третьей – 34%. Изестно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики составляет 3%, второй – 2%, третьей – 1%. Найти вероятность того, что *а*) наудачу взятое изделие окажется нестандартным; *б*) изделие изготовлено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным; *в*) изделие изготовлено на второй фабрике, если оно оказалось стандартным. *г*) На какой фабрике вероятнее всего было изготовлено изделие, если оно оказалось стандартным?

Решение. *а*) Наудачу взятое изделие может быть изготовлено или на первой фабрике (гипотеза H_1), или на второй (гипотеза H_2), или на третьей (гипотеза H_3). Все гипотезы несовместны и составляют полную группу. Вероятность каждой гипотезы определяется переводом процентной доли продукции соответствующей фабрики в безразмерную величину, т.е. делением заданной по условию доли на 100%. Так, $P(H_1) = 0{,}2$; $P(H_2) = 0{,}46$; $P(H_3) = 0{,}34$. Аналогично определяются условные вероятности события A (изделие является нестандартным): $P(A/H_1) = 0{,}03$; $P(A/H_2) = 0{,}02$; $P(A/H_3) = 0{,}01$. Теперь, используя формулу (9), можно получить искомую полную вероятность события A:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(H_i)\cdot P(A/H_i)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+P(H_3)\cdot P(A/H_3)=$$

$= 0,2 \cdot 0,03 + 0,46 \cdot 0,02 + 0,34 \cdot 0,01 = 0,0186$.

б) Известно, что событие A уже произошло. Требуется определить апостериорную вероятность гипотезы H_1. Искомую вероятность найдем с помощью формулы Байеса:

$$P(H_1 / A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A / H_1)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A / H_j)} = \frac{P(H_1) \cdot P(A / H_1)}{P(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{0,0186} \approx 0,3226.$$

в) По условию задачи изделие оказалось стандартным, то есть в принятых нами обозначениях произошло событие $\overline{A}$. Необходимо найти апостериорную вероятность гипотезы H_2.

По формуле Байеса: $P(H_2 / \overline{A}) = \dfrac{P(H_2) \cdot P(\overline{A} / H_2)}{P(\overline{A})}$

События A и $\overline{A}$ являются противоположными. С учетом (5) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,0186 = 0,9814$. Аналогично вычисляем условную вероятность события $\overline{A}$ при условии, что осуществилась гипотеза H_2: $P(\overline{A} / H_2) = 1 - P(A / H_2) = 1 - 0,02 = 0,98$.

Подставляя найденные вероятности в формулу Байеса, получим искомую вероятность:

$$P(H_2 / \overline{A}) = \frac{P(H_2) \cdot P(\overline{A} / H_2)}{P(\overline{A})} = \frac{0,46 \cdot 0,98}{0,9814} \approx 0,4593.$$

г) Чтобы определить, на какой фабрике вероятнее всего было изготовлено стандартное изделие, необходимо сравнить между собой апостериорные вероятности гипотез: $P(H_1 / \overline{A}), P(H_2 / \overline{A}), P(H_3 / \overline{A})$. Наибольшая из этих вероятностей и определит искомую фабрику. Одна из указанных вероятность была только что определена, а именно: $P(H_2 / \overline{A}) = 0,4593$. Аналогично определим недостающие апостериорные вероятности гипотез: $P(H_1 / \overline{A}) = 0,1977$, $P(H_3 / \overline{A}) = 0,3430$. Наибольшей апостериорной вероятностью обладает вторая гипотеза. Следовательно, стандартное изделие вероятнее всего было изготовлено на второй фабрике.

Повторение опыта.

Формула Бернулли. Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно k раз (безразлично в какой последовательности), определятся по формуле:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} . \tag{11}$$

Локальная теорема Лапласа. Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно k раз (безразлично в какой последовательности), может быть оценена (тем точнее, чем больше n по формуле):

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \tag{12}$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ – функция Гаусса, или плотность стандартного нормального распределения; $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$ – аргумент функции Гаусса; $q = (1-p)$ – вероятность противоположного события.

В приложении А приведена таблица значений функции $\varphi(x)$ от положительного аргумента x (табл. А1 в Приложении А). Функция Гаусса – четная, поэтому значения функции от отрицательного аргумента определяются как $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

Интегральная теорема Лапласа. Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p $(0 \le p \le 1)$, событие наступит не менее k_1 раз и не более k_2 раз (безразлично в какой последовательности), может быть оценена (тем точнее, чем больше n) по формуле:

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \tag{13}$$

где $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ – функция Лапласа, или интегральная функция стандартного нормального распределения; $x_1=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}$ и $x_2=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}$ – аргументы интегральной функции распределения; $q = (1-p)$ – вероятность противоположного события.

В приложении А приведена таблица значений функции $\Phi(x)$ от положительного аргумента x (табл.А2). Функция Лапласа – нечетная, поэтому значения функции от отрицательного аргумента определяются как $\Phi(-x)=-\Phi(x)$.

Наивероятнейшее число наступления события. Если в каждом из n независимых испытаниях событие появляется с одинаковой вероятностью p, то наивероятнейшее число наступления события k_0 в этих испытаниях (безразлично в какой последовательности) определяется с помощью двойного неравенства:

$$np+p-1\le k_o \le np+p\,. \tag{14}$$

Пример 10. Производится 5 выстрелов по мишени с вероятностью попадания каждого, равной 0,7. Какова вероятность того, что будет: а) точно 3 попадания; б) не менее 4 попаданий; в) не более 3 попаданий.

Решение. а) Производится $n=5$ независимых испытаний с постоянной вероятностью появления события (попадание в мишень) в каждом из них $p=0{,}7$. Вероятность того, что будет точно $k = 3$ попаданий, вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_5(3)=C_5^3\cdot 0{,}7^3(1-0{,}7)^2=0{,}3087\,.$$

б) Событие A, которое заключается в том, что при 5 выстрелах будет не менее 4 попаданий, можно рассматривать как сумму двух несовместных событий: B (4 попаданий из 5) и C (5 попаданий из 5). Вероятности двух последних событий определяются по формуле Бернулли:

$$P(B) = P_5(4) = C_5^4 \cdot 0{,}7^4 (1-0{,}7)^1 = 0{,}36015;$$

$$P(C) = P_5(5) = C_5^5 \cdot 0{,}7^5 (1-0{,}7)^0 = 0{,}16807.$$

Искомую вероятность определим по теореме о вероятности суммы двух событий: $P(A) = P(B) + P(C) = 0{,}36015 + 0{,}16807 = 0{,}52822$.

б) Рассуждая так же, как и в предыдущей задаче, можно вычислить вероятность события (не более трех попаданий при пяти выстрелах) как сумму вероятностей четырех несовместных событий: $P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3)$. Однако задача решается гораздо проще, если учесть, что события A (не менее четырех попаданий при пяти выстрелах) и $\overline{A}$ (не более трех попаданий при пяти выстрелах) противоположны. Тогда $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}52822 = 0{,}47178$.

Пример 11. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах, мишень будет поражена: а) ровно 75 раз; б) не менее 75 раз.

Решение. а) По условию задачи производится $n = 100$ независимых испытаний с одинаковой вероятностью появления события (попадание в мишень) $p = 0{,}8$. Вероятность попадания в мишень ровно 75 раз при 100 выстрелах $(P_{100}(75))$ теоретически можно вычислить с помощью формулы Бернулли. Однако при $n > 10$ пользоваться формулой Бернулли нецелесообразно из-за неоправданно больших вычислительных затрат. Определим искомую вероятность с помощью локальной теоремы Лапласа. Для этого предварительно вычислим выражение: $\sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot (1-0{,}8)} = 4$, а затем аргумент функции Гаусса: $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}} = \frac{75-100 \cdot 0{,}8}{4} = -1{,}25$. По табл. А1 (см. Приложение А) найдем значение функции $\varphi(1{,}25) = 0{,}1826$. В силу четности функции Гаусса $\varphi(-1{,}25)=\varphi(1{,}25)=0{,}1826$.

Окончательно, по локальной теореме Лапласа $\left(P_n(m)=\dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}\right)$ найдем искомую вероятность:

$$P_{100}(75m)=\frac{\varphi(-1.25)}{\sqrt{npq}}=\frac{0{,}1826}{4}=0{,}0456\,.$$

б) Воспользуемся интегральной теоремой Лапласа при $n=100$; $p=0{,}8$; $q=0{,}2$; $k_1=75$; $k_2=100$:

$$P_n(k_1,k_2)=P(75;100)=\Phi(x_2)-\Phi(x_1)=\Phi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\Phi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right)=$$

$$=\Phi\left(\frac{100-100\cdot 0.8}{4}\right)-\Phi\left(\frac{75-100\cdot 0.8}{4}\right)=\Phi(5)-\Phi(-1{,}25).$$

С учетом того, что функция Лапласа есть нечетная функция, последнее выражение следует преобразовать: $\Phi(5)-\Phi(-1{,}25)=$. $=\Phi(5)+\Phi(1{,}25)$, а затем по табл. А2 (см. Приложение А) найти соответствующие значения функции. В результате получим:

$$P(75;100)=\Phi(5)-\Phi(-1{,}25)=0.5-0{,}3944=0{,}8944\,.$$

Пример 12. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,22. Найти наивероятнейшее число опоздавших из 855 пассажиров.

Решение. Производится n = 855 независимых испытаний с постоянной вероятностью (p = 0,02) появления события A (опоздание пассажира к отправлению поезда) в каждом из них. Наивероятнейшее число наступления события A следует определить с помощью двойного неравенства (14):

$$np+p-1 \le k_o \le np+p\,;$$

$$855 \cdot 0{,}02+0{,}02-1 \le k_o \le 855 \cdot 0{,}02+0{,}02\,;$$

$$16{,}12 \le k_o \le 17{,}12\,.$$

Наивероятнейшее число наступления событий – это целая величина. В диапазоне, определяемом двойным неравенством (14), находится одно целое число, если только произведение np не является целым. Поэтому искомое число $k_o = 17$.

Пример 13. Сколько нужно взять деталей, чтобы наивероятнейшее число годных было равно 50, если вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется бракованной, равна 0,1?

Решение. Вероятность того, что деталь является годной, определим как вероятность противоположного события: $p = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$. Для определения искомой величины n (общее количество деталей, среди которых вероятнее всего находится 50 годных) воспользуемся формулой наивероятнейшего числа появлений событий (14), подставив в нее $k_o = 50$ и $p = 0{,}9$:

$$n \cdot 0{,}9+0{,}9-1 \le 50 \le n \cdot 0{,}9+0{,}9\,.$$

Решая двустороннее неравенство:

$$\begin{cases} n \cdot 0{,}9+0{,}9-1 \le 50; & n \cdot 0{,}9 \le 50{,}1; \quad n \le 55{,}5; \\ 50 \le n \cdot 0{,}9+0{,}9; & n \cdot 0{,}9 \le 49{,}1; \quad n \le 54{,}5, \end{cases}$$

получим искомое решение $n = 55$.

Случайные величины

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта принимает то или иное значение, но неизвестное заранее, какое именно.

Дискретной случайной величиной называется случайная величина, которая в результате опыта принимает заранее неизвестное значения из некоторого счетного множества (конечного или бесконечного).

Непрерывной случайной величиной называется случайная величина, которая в результате опыта принимает заранее неизвестное значения из некоторого непрерывного множества (ограниченного или неограниченного).

Закон распределения – это исчерпывающая характеристика случайной величины, устанавливающая связь между возможными значениями случайной величины (или конкретными диапазонами значений) и соответствующими вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины может быть задан в виде *ряда распределения* или *интегральной функции распределения*.

Ряд распределения – таблица, состоящая из двух строк. В первой строке перечисляются все возможные значения случайной величины в порядке их возрастания, а во второй – соответствующие вероятности:

x_i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{in}
p_i	p_{i1}	p_{i2}	...	p_{in}

Свойство ряда распределения для любой дискретной случайной величины:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1. \qquad (15)$$

Интегральная функция распределения *F(x)* случайной величины *X* – такая функция, которая при каждом своем аргументе *x* численно равна вероятности того, что случайная величина *X* окажется меньше значения аргумента *x:*

$$F(x) = P\{X < x\}. \qquad (16)$$

Аналитическая запись интегральной функции распределения $F(x)$ имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x \le 0;\\ \sum\limits_{i: x_i<x} p_i, & 0<x.\end{cases} \tag{17}$$

Закон распределения непрерывной случайной величины может быть задан *интегральной функции распределения* (16) или *плотностью распределения*.

Плотность распределения вероятности является первой производной от интегральной функции распределения:

$$f(x)=\frac{dF}{dx}. \tag{18}$$

Свойства плотности распределения:

$$f(x)\ge 0; \tag{19}$$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1. \tag{20}$$

Интегральная функция распределения $F(x)$ может быть выражена через плотность распределения (обратное преобразование):

$$F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt. \tag{21}$$

Свойства интегральной функции распределения:

$$F(-\infty)=0; \tag{22}$$

$$F(\infty)=1; \tag{23}$$

$$\text{если} \quad x_2>x_1, \quad \text{то} \quad F(x_2)\ge F(x_1). \tag{24}$$

Вероятность попадания непрерывной случайной величины на заданный участок $[\alpha,\beta)$:

$$P\{\alpha\le X<\beta\}=F(\beta)-F(\alpha)=\int\limits_{\alpha}^{\beta} f(x)dx. \tag{25}$$

Основные числовые характеристики:

математическое ожидание дискретной случайной величины:

$$m_x = M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \;; \tag{26}$$

математическое ожидание непрерывной случайной величины:

$$m_x = M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx; \tag{27}$$

дисперсия дискретной случайной величины:

$$D_x = D[X] = \sum (x_i - m_{x[})^2 p_i \;; \tag{28}$$

дисперсия непрерывной случайной величины:

$$D_x = D[X] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_{[})^2 p_i \;; \tag{29}$$

среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} \;; \tag{30}$$

второй начальный момент дискретной случайной величины:

$$\alpha_2 = M\left[X^2\right] = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i \;; \tag{31}$$

второй начальный момент непрерывной случайной величины:

$$\alpha_2 = M\left[X^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx. \tag{32}$$

Формула связи дисперсии со вторым начальным моментом и математическим ожиданием:

$$D_x = \alpha_2 - m_x^2. \tag{33}$$

Пример 13. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Рассматривается случайная величина *X* – число взошедших семян среди пяти посеянных. Определить закон распределения в виде ряда распределения. Построить график интегральной функции распределения $F(x)$. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x и среднее квадратичное отклонение σ_x случайной величины X. Найти также вероятность попадания случайной величины X в интервал значений (-5; 3,5).

Решение. Случайная величина X в условиях задачи может принимать одно из числовых значений: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Для построения ряда распределения остается определить только соответствующие им вероятности. В различных задачах эти вероятности определяются по разным методикам, рассмотренных в предыдущих разделах курса. В условиях данной задачи наиболее подходящим способом определения вероятностей является формула Бернулли (11), в которой n = 5; p = 0,8. Подставляя вместо k последовательно все возможные значения случайной величины, получим соответствующие вероятности: для $x_1 = 0$ – $p_1 = 0{,}00032$; для $x_2 = 1$ – $p_2 = 0{,}0064$; для $x_3 = 2$ – $p_3 = 0{,}0512$; для $x_4 = 3$ – $p_4 = 0{,}2048$; для $x_5 = 4$ – $p_5 = 0{,}4096$; для $x_6 = 5$ – $p_6 = 0{,}32768$. Искомый ряд распределения имет вид:

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,00032	0,0064	0,0512	0,2048	0,4086	0,32768

Ряд распределения содержит полную информацию о случайной величине, поэтому его можно использовать для нахождения ответов на остальные вопросы задачи. В частности – для построения графика интегральной функции $F(x)$.

При построении графика $F(x)$ ось абсцисс возможными значениями случайной величины разбивается на $(n+1)$ диапазон: 1-й диапазон – $x^{I} \le 0$; 2-й – $0 < x^{II} \le 1$; 3-й – $1 < x^{III} \le 2$; 4-й – $2 < x^{IV} \le 3$; 5-й – $3 < x^{V} \le 4$; 6-й – $4 < x^{VI} \le 5$; 7-й – $3 < x^{VII}$. В каждом из таких диапазонов функции $F(x)$ имеет постоянное значение (см. рис.1).

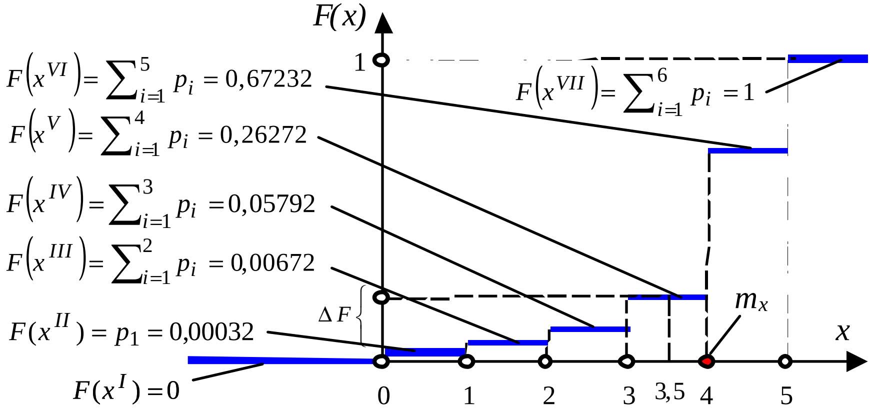


Рис.1. График интегральной функции распределения $F(x)$

Математическое ожидание m_x случайной величины X определяется по формуле (26) при n = 6:

$$m_x = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4 + x_5 p_5 + x_6 p_6 =$$

$$= 0 \cdot 0,00032 + 1 \cdot 0,0064 + 2 \cdot 0,0512 + 3 \cdot 0,2048 +$$

$$+ 4 \cdot 0,4096 + 5 \cdot 0,32768 = 4\,.$$

Математическое ожидание m_x является числовой характеристикой случайной величины X, лежит в области определения последней и изображается точкой на оси абсцисс (см. рис.1).

Дисперсия D_x случайной величины X определяется по формуле (28) при n = 6:

$$D_x = \sum_{i=1}^{6} (x_i - m_x)^2 p_i = (0-4)^2 0,00032 + (1-4)^2 0,0064 + (2-4)^2 0,0512 +$$

$$+ (3-4)^2 0,2048 + (4-4)^2 0,4096 + (5-4)^2 0,32768 = 0,8.$$

Среднее квадратичное отклонение случайной величины X определяется по формуле (30): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0,8} \approx 0,8944$.

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал значений от x_1 = -5 до x_2 = 2,7 можно определить двумя способами:

а) с помощью графика интегральной функции $F(x)$:

$P(-5 < X < 3{,}5) = F(3{,}5) - F(-5) = 0{,}26272 - 0 = 0{,}26272$. На рис.1 этой вероятности соответствует ΔF .

б) с помощью основных теорем теории вероятностей как вероятность сложного события:

$$P(-5 < X < 3{,}5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) =$$
$$= 0{,}00032 + 0{,}0064 + 0{,}0512 + 0{,}2048 = 0{,}26272 \ .$$

Пример 14. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [0;1]; \\ cx & \text{при} \quad x \in [0;1]. \end{cases}$ Найти значение постоянной c, интегральную функцию распределения $F(x)$. Построить график плотности распределения $f(x)$ и график интегральной функции распределения $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднее квадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины в интервал (0; 0,5).

Решение. Постоянная величина c определяется с помощью 2-го свойства плотности распределения (20). Вычисляется определенный интеграл в бесконечных пределах от заданной функции плотности распределения $f(x)$ и приравнивается единице. Полученное уравнение разрешается относительно постоянной c.

Поскольку заданная $f(x)$ – кусочно-непрерывная функция, то неопределенный интеграл от нее распадается на три интеграла:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} c\,x\,dx \int_0^1 cxdx + \int_{1}^{\infty} 0 \cdot dx = 0 + \left.\frac{cx^2}{2}\right|_0^1 + 0 = \frac{c}{2} \ .$$

Приравнивая полученное выражение единице, получаем уравнение $\frac{c}{2} = 1$, из которого $c = 2$.

С учетом найденной константы плотность распределения примет вид: $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ 2x & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$

Интегральная функция распределения $F(x)$ находится с помощью обратного преобразования (21), при этом преобразование производится для каждого «куска» функции $f(x)$ обособленно:

при $x\le 0 \quad F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} 0\cdot dt=0$;

при $0<x\le 1 \quad F(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\cdot dt+\int\limits_{0}^{x} 2t\cdot dt=0+t^2\Big|_0^x=x^2$;

при $1<x \quad F(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\cdot dt+\int\limits_{0}^{1} 2t\cdot dt+\int\limits_{1}^{x} 0\cdot dt=0+t^2\Big|_0^1+0=1.$

Окончательно получаем: $F(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le 0;\\ x^2, & \text{если} \quad 0<x\le 1;\\ 1. & \text{если} \quad x>1.\end{cases}$

Графики $f(x)$ и $F(X)$ строятся по методикам, известным в «Математическом анализе». В условиях решаемой задачи искомые графики $f(x)$ и $F(X)$ имеют вид, показанный соответственно на рис.2 и рис.3.

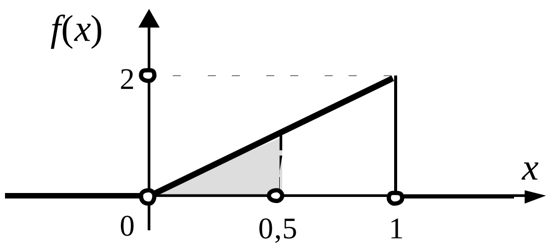


Рис.2. График плотности распределения $f(x)$

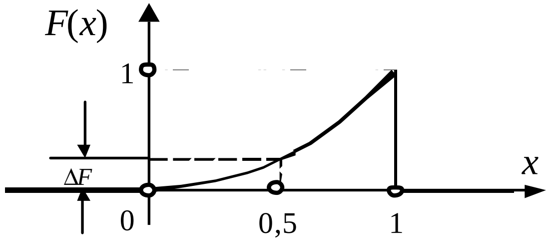


Рис.3. График интегральной функции распределения $F(x)$

Математическое ожидание m_x случайной величины X определяется по формуле (27). При этом определенный интеграл от кусочно-непрерывной функции $f(x)$ в бесконечных пределах распадается на три интеграла в соответствии с числом «кусков» подынтегральной функции:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{0} x \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} x \cdot 2x\, dx + \int_{1}^{\infty} x \cdot 0 \cdot dx =$$

$$= 0 + \left.\frac{2x^3}{3}\right|_0^1 + 0 = \frac{2}{3}.$$

Дисперсию D_x случайной величины X целесообразно определять посредством формулы (33), для чего предварительно необходимо определить второй начальный момент:

$$\alpha_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{0} x^2 \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} x^2 \cdot 2x\, dx + \int_{1}^{\infty} x^2 \cdot 0 \cdot dx =$$

$$= 0 + \left.\frac{2x^4}{4}\right|_0^1 + 0 = \frac{1}{2}.$$

$$D_x = \alpha_2 - m_x^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}.$$

Среднеквадратичное отклонение случайной величины X определяется по формуле (30): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \approx 0,2357$.

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал значений от $x_1 = 0$ до $x_2 = 0,5$ можно определить двумя способами: а) с помощью интегральной функции; б) с помощью плотности распределения.

а) $P(0 < X < 0,5) = F(0,5) - F(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0^2 = \frac{1}{4}$. На рис.3 этой вероятности соответствует ΔF .

б) $P(-5 < X < 3,5) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 2xdx = x^2\Big|_0^{\frac{2}{2}} = \frac{1}{4}$. На рис.2 этой вероятности соответствует площадь, выделенная серым фоном.

Пример 15. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 0; \\ c(1-\cos x), & \text{если} \quad 0 < x \le \pi; \\ 1, & \text{если} \quad x > \pi. \end{cases}$$

Найти значение постоянной c, плотность распределения $f(x)$. Построить график интегральной функции распределения $F(x)$ и график плотности распределения $f(x)$. Определить математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднее квадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Решение. Постоянная величина c определяется с помощью 2-го свойства интегральной функции распределения (23): $F(\infty) = 1$. В условиях задачи равенство (23) эквивалентно равенству $F(\pi) = 1$. Заменяя в последнем равенстве $F(\pi)$ соответствующим значением $c(1-\cos\pi)$, получим уравнение $c(1-\cos\pi) = 1$, из которого $c = 0,5$.

Плотность распределения вероятностей $f(x)$ определяется как производная от $F(x)$:

$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le 0;\\ 0{,}5\cdot\sin x, & \text{если} \quad 0<x\le\pi;\\ 0, & \text{если} \quad x>\pi.\end{cases}$$

Графики $f(x)$ и $F(X)$ строятся по методикам, известным в «Математическом анализе». В условиях решаемой задачи искомые графики $F(X)$ и $f(x)$ имеют вид, показанный соответственно на рис.4 и рис.5.

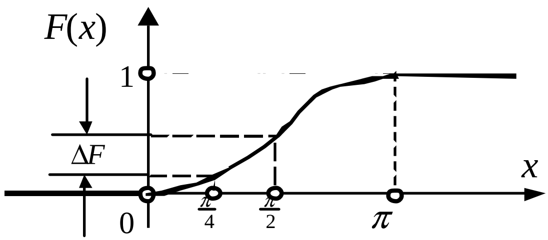


Рис.4. График интегральной функции распределения $F(x)$

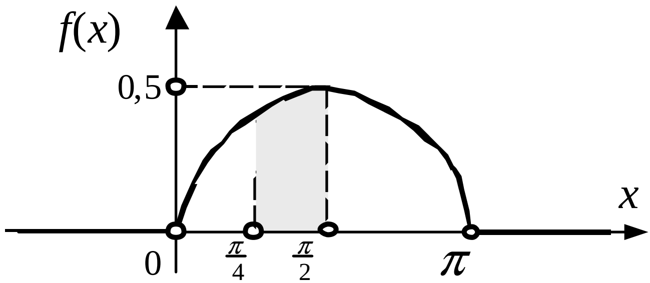


Рис.5. График плотности распределения $f(x)$

Математическое ожидание m_x случайной величины X (в силу симметричности закона распределения) равно $0{,}5\pi$. Это же значение можно получить по формуле (28). При этом определенный интеграл от кусочно-непрерывной функции $f(x)$ в бесконечных пределах распадается на три интеграла в соответствии с числом «кусков» подынтегральной функции:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} x \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{\pi} x \cdot 0{,}5\sin x dx + \int_{\pi}^{\infty} x \cdot 0 \cdot dx =$$

$$= \int_{0}^{\pi} x \cdot 0{,}5\sin x\, dx.$$

Интегрируя по частям (по формуле $\int_0^{\pi} UdV = UV\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} VdU$), получим

$$m_x = 0{,}5\int_0^{\pi} x \cdot \sin x\, dx = -0{,}5x\cos x\Big|_0^{\pi} - 0{,}5\int_0^{\pi}(-\cos x)\, dx =$$

$$= -0{,}5\cos x\Big|_0^{\pi} + 0{,}5\sin x\Big|_0^{\pi} = 0{,}5\pi.$$

Дисперсию D_x случайной величины X целесообразно определять посредством формулы (33), для чего предварительно следует определить второй начальный момент: $\alpha_2 = 0{,}5\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x\, dx$.

Интегрируя дважды по частям, находим:

$$\alpha_2 = 0{,}5\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x\, dx = 0{,}5\left(\pi^2 - 4\right).$$

Тогда $D_x = \alpha_2 - m_x^2 = 0{,}5\left(\pi^2 - 4\right) - \left(0{,}5\pi\right)^2 \approx 0{,}4649$.

Среднеквадратичное отклонение случайной величины X определяется по формуле (30): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0{,}4649} \approx 0{,}6818$.

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал значений от $x_1 = \frac{\pi}{4}$ до $x_2 = \frac{\pi}{2}$ можно определить двумя способами: а) с помощью интегральной функции; б) с помощью плотности распределения.

а) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}5\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right) - 0{,}5\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}3536.$

На рис.4 этой вероятности соответствует ΔF .

б) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 0{,}5\sin x\, dx = -0{,}5\cos x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 0{,}3536.$

На рис.5 этой вероятности соответствует площадь, выделенная серым фоном.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1.

1. Студент знает 15 из 25 вопросов программы курса. Найти вероятность того, что студент знает: а) все три предложенных ему вопроса; б) один из трех вопросов.

2. Три стрелка произвели по одному выстрелу по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; вторым – 0,8; третьим – 0,9. Найти вероятность того, что цель поразит: а) только один стрелок; б) хотя бы один стрелок.

3. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,5; 6 – с вероятностью 0,6. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой группе вероятнее всего принадлежит этот стрелок?

4. Всхожесть семян ржи составляет 90%. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет: а) пять? б) не мене четырех? Найти наивероятнейшее число взошедших семян из 7 посаженных.

5. Доля изделий высшего сорта составляет 31%. Найти наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случайно отобранной партии из 75 изделий. Определить: а) вероятность наивероятнейшего числа; б) вероятность того, что изделий высшего сорта окажется более 30.

6. В цехе работают семь мужчин и три женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 3 человека. Рассматривается случайная величина X – число мужчин среди отобранных. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-2; \\ c & \text{при} \quad -2\le x\le 3; \\ 0 & \text{при} \quad x>3.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(-1\le X<3)$.

Вариант 2.

1. Из автовокзала отправились два автобуса в аэропорт. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна 0,95. Найти вероятность того, что: а) оба автобуса прибудут вовремя; б) оба автобуса опоздают; в) только один автобус прибудет вовремя.

2. В коробке содержится 7 стандартных и 2 нестандартных детали. Извлекаются наугад по одной 2 детали. Найти вероятность того, что: а) обе детали окажутся стандартными; б) первая – стандартная, а вторая – нестандартная.

3. В трех одинаковых по виду коробках находятся карандаши разной твердости. В первой коробке – 6 карандашей твердых и 4 карандаша полутвердых; во второй – соответственно 7 и 3; в третьей – 6 и 5. Из наудачу выбранной коробки взят один карандаш, который оказался полутвердым. Какова вероятность того, что карандаш находился: а) в первой коробке? б) во второй ? с) в третьей?

4. Найти наивероятнейшее число наступления ясных дней в течение первой декады сентября, если по данным многолетних наблюдений известно, что в сентябре в среднем бывает 11 ненастных дней. Определить: а) вероятность наивероятнейшего числа ясных дней; вероятность того, что ясных дней будет не менее шести.

5. Игральная кость подброшена 100 раз. Найти вероятность того, что: а) 5 очков выпадут 50 раз; б) 6 очков выпадут не более 50 раз.

6. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребует первый станок, равна 0,8; второй – 0,6; третий – 0,5. Рассматривается случайная величина X – число станков, потребовавших внимания рабочего в течение часа. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx^3 & \text{при} \quad 0\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<1)$.

Вариант 3.

1. Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,6; второго – 0,6; третьего – 0,9. Найти вероятность того, что в цель: а) попадет только один снаряд; б) попадут два снаряда.

2. Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения спортсменам номеров. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать под номером 18.

3. В группе 10 стрелков. Для пяти из них вероятность попадания в цель равна 0,8; для трех – 0,5; для двух – 0,25. Выстрел одного из стрелков дал попадание. Какова вероятность того, что этот выстрел сделан стрелком первой группы? Второй? третьей?

4. Вероятность выигрыша по облигации займа равна 0,25. Какова вероятность выиграть по 6 из 6 приобретенных облигаций? Какова вероятность выиграть хотя бы по одной из 8 облигаций?

5. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,05. Сколько деталей должно быть в партии, чтобы наивероятнейшее число нестандартных в ней было 63. Найти вероятность того, что среди 100 деталей окажется: а) 20 нестандартных; б) не более 20 нестандартных.

6. Три студента сдают экзамен. Вероятность сдать экзамен для первого студента равна 0,95; для второго – 0,9; для третьего – 0,85. Рассматривается случайная величина X – число студентов, сдавших экзамен. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x<1; \\ cx-\frac{1}{2} \quad \text{при} \quad 1\le x\le 2; \\ 0 \quad \text{при} \quad x>2. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(-0{,}5\le X<1{,}5)$.

Вариант 4.

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

2. Два стрелка произвели по одному выстрелу по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9; вторым – 0,8. Найти вероятность того, что цель: а) поразит только один стрелок; б) поразят оба стрелка.

3. Электролампы изготавливают три завода. Первый завод производит 45% всех ламп, второй – 40%, третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81%. Какова вероятность того, что приобретенная через магазин лампа окажется: стандартной? Какова вероятность того, что лампа, оказавшаяся стандартной, изготовлена: а) на первом заводе? б) на втором? в) на третьем?

4. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10 новорожденных будет: а) 4 девочки? б) не менее 7 мальчиков?

5. Число коротких волокон в партии хлопка составляет 25% от общего числа волокон. Сколько волокон должно быть в пучке, если наивероятнейшее число коротких волокон в нем – 114? Определить вероятность того, что в пучке из 200 волокон окажутся короткими: а) точно 100 волокон; б) от 100 до 200.

6. Из пяти карточек с буквами З, А, К, О, Н выбирают одну за другой до первой гласной. Рассматривается случайная величина X – число вынутых карточек. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0{,}5;\\ cx-0{,}5 & \text{при} \quad 0{,}5\le x\le 1{,}5;\\ 1 & \text{при} \quad x>1{,}5.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(1\le X<1{,}5)$.

Вариант 5.

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,2. Стрельба прекращается при первом попадании. Найти вероятность того, что будет произведено ровно шесть выстрелов.

2. Из полного набора костей домино наугад берутся две. Найти вероятность того, что их можно приставить одну к другой.

3. В пирамиде находятся 8 винтовок, две из которых – непристрелянные. Вероятность попадания из пристрелянной винтовки равна 0,8; из непристрелянной – 0,4. Какова вероятность того, что выстрел из наудачу взятой винтовки даст попадание? Какова вероятность того, что выстрел произведен из пристрелянной винтовки, если он дал попадание?

4. В магазин вошли 12 покупателей. Вероятность совершить покупку для каждого покупателя равна 0,2. Найти вероятность того, что покупку совершат: а) 4 покупателя; б) не более трех покупателей.

5. Посеяно 28 семян с вероятностью всхожести каждого 0,8. Найти наивероятнейшее число взошедших семян. Определить вероятность того, что взойдет: а) точно 20 семян; б) не менее 20 и не более 25 семян.

6. Из десяти карточек с цифрами 0, 1, … , 9 выбирают наугад три. Рассматривается случайная величина X – число выбранных карточек с цифрами меньше 5. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-1;1];\\ cx^2 & \text{при} \quad x\in[-1;1].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 1)$.

Вариант 6.

1. В ящике находятся 12 теннисных мячей, среди них 6 новых. Для первой игры наугад берут 3 мяча, после игры их возвращают назад. Найти вероятность того, что после второй игры неигранных мячей не останется.

2. Вероятность выиграть по одному билету лотереи равна 0,3. Какова вероятность, имея 5 билетов, выиграть: а) по двум? б) хотя бы по одному?

3. Среди 10 стрелков – два мастера спорта, поражающих 10 мишеней из 10; один перворазрядник, поражающий 9 из 10; четыре второразрядника, поражающих 8 из 10; три новичка, поражающих по 7 мишеней из10. Какова вероятность того, что вызванный наудачу стрелок поразит подряд 3 мишени? Какова вероятность того, что выстрел произвел перворазрядник, если стреляющий поразил 3 мишени?

4. В мастерской работают 12 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент с полной нагрузкой работают: а) не менее 10 моторов; б) 3 мотора.

5. На станке изготовили 90 деталей. Чему равна вероятность изготовления на этом станке детали 1-го сорта, если наивероятнейшее число таких деталей в данной партии равно 82? Найти вероятность того, что в данной партии деталей 1-го сорта окажется: а) точно 80; б) не менее 80.

6. В урне – пять одинаковых шаров с цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Извлекают три шара. Рассматривается случайная величина X – число извлеченных шаров с нечетными цифрами. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0; \\ cx & \text{при} \quad 0 \le x \le 2; \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0{,}5 \le X < 1)$.

Вариант 7.

1. Вероятность одного попадания в цель при залпе из двух орудий равна 0,46. Найти вероятность попадания в цель первого орудия при одном выстреле, если для второго эта вероятность равна 0,7.

2. Из цифр 1,2, 3, 4, 5 выбирается наугад одна, а из оставшихся – другая. Найти вероятность того, что будет выбрана нечетная цифра: а) первый раз; б) второй раз; в) оба раза.

3. Станки A, B, C производят соответственно 25%, 30%, 40% всех изделий. При этом брак на первом станке составляет 5%, на втором – 4%, на третьем – 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранное изделие окажется бракованным? Какова вероятность того, что изделие изготовлено на станке A, если оно оказалось дефектным?

4. Вероятность попадания снаряда в цель равна 0,3. Выпущено 5 снарядов. Какова вероятность того, что в цель попадет: а) 3 снаряда? б) не менее двух снарядов?

5. Монета подброшена 40 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) в 25 случаях; б) не более 26 раз. Определить наивероятнейшее число выпадения герба.

6. Из пяти карточек с буквами О, О, К, Р, У, К выбирают одну за другой, пока не появится карточка с буквой К. Рассматривается случайная величина X – число вынутых карточек. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x<0; \\ cx^2 & \text{при} \quad 0 \le x \le 2; \\ 0 & \text{при} \quad x>2. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 1)$.

Вариант 8.

1. Король Артур проводит рыцарский турнир, в котором среди 8 рыцарей принимают участие 2 близнеца. Участники четырех поединков первого тура выбираются по жребию. Какова вероятность, что в первом туре близнецы сразятся друг с другом?

2. В магазин поступила партия обуви одного фасона и размера, но разного цвета. Партия состоит из 40 пар обуви черного цвета; 26 – коричневого; 22 – красного; 12 – желтого. Какова вероятность того, что наудачу взятая коробка окажется с обувью красного или желтого цвета?

3. Деталь, которая обрабатывалась одним из трех инструментов, была признана негодной. Найти вероятность того, что деталь обрабатывалась вторым инструментом, если вероятность появления брака после обработки первым инструментом равна 0,2; вторым – 0,4; третьим – 0,6.

4. Вероятность попадания снаряда в цель равна 0,3. Выпущено 8 снарядов. Какова вероятность хотя бы одного попадания в цель?

5. Из партии, в которой доля первосортных деталей составляет 80%, отобрано 60. Определить вероятность того, что среди отобранных число первосортных деталей составляет: а) точно 49; б) не менее 40, но более 48. Найти наивероятнейшее число первосортных деталей в отобранной партии.

6. Имеется пять билетов стоимостью 1 гривна, 3 билета стоимостью 3 гривны и 2 билета стоимостью 5 гривен. Выбирают наугад два билета. Рассматривается случайная величина X – суммарная стоимость вынутых билетов. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x<0; \\ cx & \text{при} \quad 0 \le x \le 3; \\ 1 & \text{при} \quad x>3. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 1)$.

Вариант 9.

1. В коробке находятся 9 новых теннисных мячей. Для игры берут три мяча. После игры мячи возвращают в коробку. Какова вероятность, что после трех в коробке не останется неигранных мячей?

2. В группе 25 студентов. Из них отлично успевают 5 человек, хорошо – 12, удовлетворительно – 6; слабо – 2. Найти вероятность того, что случайно вызванный студент будет отличник или хорошо успевающий студент.

3. В урне находятся 3 шара белого или черного цветов. Все предположения о первоначальном составе урны – равновероятны. Произведено 4 опыта, состоящих в вынимании каждый раз по одному шару с последующим возвращением его в урну. В результате опытов появлялись шары: черный; белый; белый; белый. Найти послеопытные (апостериорные) вероятности различных составов урны.

4. Вероятность остановки в течение часа одного из 8 станков равна 0,8. Найти вероятность того, что в течение часа: а) остановится 2 станка; б) будут работать без остановки не мене 6 станков.

5. Стрелок сделал 30 выстрелов с вероятностью попадания при каждом, равной 0,3. Найти наивероятнейшее число попаданий. Определить вероятность того, что будет: а) 8 попаданий; б) не менее 10 попаданий.

6. При распределении на работу выпускников института выяснилось, что каждый четвертый женат. На предприятие A посланы три выпускника. Рассматривается случайная величина X – число женатых выпускников, среди посланных на предприятие A. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx(1-x) & \text{при} \quad x\in[0;1]\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0,5\le X<1)$.

Вариант 10.

1. Вероятность того, что стрелок, произведя выстрел, выбьет 10 очков, равна 0,4; 9 очков – 0,3; менее 9 очков – 0,3. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков.

2. Многолетними наблюдениями установлено, что в данном районе в сентябре 10 дней бывают дождливыми. Какова вероятность того, что из трех первых дней месяца ни один не будет дождливым?

3. Одну и ту же операцию выполняют рабочие 3-го, 4-го и 5-го разрядов. При этом рабочий 5-го разряда допускает 2% брака, 4-го разряда – 3%, 3-го разряда– 5%. При проверке очередной детали она оказалась бракованной. Какова вероятность того, что ее изготовил рабочий 4-го разряда, если из 10 человек, выполняющих данную операцию, двое имеют 5-й разряд, пятеро – 4-й, трое – 3-й?

4. Всхожесть семян составляет 90 %. Найти вероятность того, что что из 4 посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех.

5. Фабрика выпускает в среднем 70% продукции 1-го сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных окажется: а) точно 680? б) от 680 до 700? Найти наивероятнейшее число первосортных деталей в этой партии.

6. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень в результате двух выстрелов равна 0,96. Рассматривается случайная величина X – число попаданий в результате трех выстрелов. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 \quad \text{при} \quad x<-1; \\ c(x+1) \quad \text{при} \quad -1\le x\le 1; \\ 1 \quad \text{при} \quad x>1.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<1)$.

Вариант 11.

1. При регистрации 420 участников собрания оказалось, что начальной буквой фамилии у десятерых участников была «А», у шестерых – «Е», у девяти – «И», у двенадцати – «О», у пяти – «У», у трех – «Ю». У остальных участников фамилия начиналась с согласной буквы. Найти вероятность того, что фамилия выбранного наугад участника собрания начинается с гласной.

2. Рабочий обслуживает 3 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа первый станок потребует внимания рабочего, равна 0,9; второй – 0,8; третий – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа потребуют внимания: а) все станки; б) два станка.

3. С первого станка на сборку поступает 40% всех деталей, со второго – 30%, с третьего – 20%, с четвертого – 10%. Среди деталей с первого станка – 0,1 бракованных, со второго – 0,2%, с третьего – 0,25%, с четвертого – 0,5%. На сборку поступила бракованная деталь. Какова вероятность того, что она поступила со второго станка?

4. Вероятность выиграть по одному из 6 билетов лотереи равна 0,15. Какова вероятность выиграть: а) по двум билетам? б) не менее чем по трем билетам?

5. Вероятность того, что отдельное изделие будет стандартным, равна 0,62. Определить вероятность того, что в партии из 800 изделий окажется: а) 520 стандартных; б) от 500 до 700 стандартных. Найти наивероятнейшее число нестандартных изделий в этой партии.

6. Баскетболист забрасывает мяч в корзину с вероятностью 0,3. Рассматривается случайная величина X – число заброшенных мячей в результате трех бросков. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-1;1];\\ cx^4 & \text{при} \quad x\in[-1;1].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(-0{,}5\le X<0{,}5)$.

Вариант 12.

1. На электростанции работает 15 сменных инженеров, из которых три – женщины. В смену занято три человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену будут работать не менее двух мужчин.

2. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что за смену не будет выпущено ни одной бракованной детали, равна 0,9. Найти вероятность того, что не будет брака в течение: а) двух смен; б) трех смен.

3. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9-и находится 2 черных и 2 белых шара, а в одной 5 белых и один черный шар. Из наудачу взятой урны извлекают белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержавшей 5 белых шаров?

4. Вероятность изготовления нестандартной детали равной 0,05. Найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей стандартными будут: а) 4 детали; б) не менее 4 деталей.

5. Определить вероятность того, что число мальчиков среди 1000 новорожденных окажется: а) точно 480; б) более 480, но менее 540. Найти наивероятнейшее число мальчиков среди 1000 новорожденных. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,515.

6. С автовокзала отправились три автобуса. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в конечный пункт соответственно равна 0,7; 0,8; 0,9. Рассматривается случайная величина X – число автобусов, прибывших вовремя. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<2; \\ cx-1 & \text{при} \quad 2\le x\le 4; \\ 1 & \text{при} \quad x>4.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(3\le X<4)$.

Вариант 13.

1. Предприятие в среднем выпускает 21% продукции высшего сорта и 70% продукции первого сорта. Найти вероятность того, что случайно взятое изделие окажется первого или высшего сорта.

2. Три студента сдают экзамен. Вероятность сдать экзамен для первого студента равна 0,95; для второго – 0,9; для третьего – 0,85. Найти вероятность того, что экзамен сдадут: а) два студента: б) все три студента.

3. Вероятность попадания при каждом выстреле для трех стрелков соответственно равны 0,8; 0,75; 0,65. При одновременном выстреле всех трех стрелков оказалась 2 попадания. Найти вероятность того, что промахнулся третий стрелок.

4. На автобазе – 12 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна 0,8. Найти вероятность нормальной работы автобазы, если для этого необходимо иметь на линии не минее 8 автомашин.

5. Посажено 400 деревьев. Вероятность того, что дерево приживется, равна 0,8. Определить вероятность того, что приживется; а) 330 деревьев; б) не менее 330, но не более 350 деревьев. Найти наивероятнейшее число прижившихся деревьев.

6. В урне – 4 белых и 10 черных шаров. Из урны последовательно вынимают шары до тех пор, пока не будет вынут черный шар. Рассматривается случайная величина X – число вынутых шаров. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0{,}5 \le X < 1)$.

Вариант 14.

1. Для производственной практики для 30 студентов предоставлено 15 мест в Минске; 8 – в Гомеле; 7 – в Витебске. Какова вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город?

2. Три студента сдают экзамен. Вероятность сдать экзамен для первого студента равна 0,8; для второго – 0,65; для третьего – 0,7. Найти вероятность того, что экзамен сдаст: а) хотя бы один студент: б) только один студент.

3. Третья часть одной из трех партий является второсортной, остальные детали во всех партиях – первого сорта. Деталь, взятая из одной партии, оказалась первосортной. Найти вероятность того, что деталь была взята из партии, имеющей второсортные детали.

4. Ожидается прибытие трех судов с бананами. Статистика показывает, что в 1% случаев груз бананов портится в дороге. Найти вероятность того, что с испорченным грузом прибудут: а) три судна; б) не менее двух.

5. Вероятность выпуска электролампы с дефектом равна 0,03. Найти наивероятнейшее число бездефектных ламп в партии из 200 штук. Определить: а) вероятность наивероятнейшего числа бездефектных ламп; б) вероятность того, что в этой партии число бездефектных ламп не превысит десяти.

6. Вероятность попадания в цель при выстреле из первого орудия равна 0,6; для второго – 0,7. Рассматривается случайная величина X – число попаданий в результате двух выстрелов из первого орудия и одного – из второго. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx & \text{при} \quad 0\le x\le 3;\\ 1 & \text{при} \quad x>3.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(1\le X<2)$.

Вариант 15.

1. Для 12 рабочих выделены путевки в четыре дома отдыха: 3 – в первый; 3 – во второй; 2 – в третий; 4 – в четвертый. Какова вероятность того, что три определенных рабочих поедут в один дом отдыха?

2. Десять охотников производят поочередно по одному выстрелу в мишень, до первого попадания. Вероятность попадания в мишень для первых пяти охотников равна 0,4; для других пяти – 0,7. Найти вероятность того, что мишень поразит: а) пятый охотник; б) седьмой охотник.

3. В команде спортсменов – 4 лыжника, 6 бегунов и 10 велосипедистов. Вероятность выполнить норму мастера спорта для лыжника равна 0,2; для бегуна – 0,15; для велосипедиста – 0,1.

Вызванный наудачу спортсмен выполнил норму. Определить вероятность того, что был вызван бегун.

4. Всхожесть семян составляет 70%. Какова вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут: а) восемь? б) по крайней мере, восемь?

5. Вероятность Попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти наивероятнейшее число промахов при 320 выстрелах. Определить вероятность того, что при 320 выстрелах окажется: а) 120 попаданий; б) не менее 120 попаданий.

6. Производится выборка трех карт из преферансной колоды (32 карты). Рассматривается случайная величина X – число королей в выборке. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1; \\ cx & \text{при} \quad 1\le x\le 4; \\ 0 & \text{при} \quad x>4.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(1\le X<4)$.

Вариант 16.

1. На 30-и одинаковых жетонах написаны 30 двухзначных чисел от 11 до 40. Жетоны помещены в пакет и тщательно перемешаны. Какова вероятность вынуть наугад жетон с номером, кратным 3 или 2?

2. Рабочий устанавливает в механизм две одинаковые детали, беря их случайным образом из десяти имеющихся. Среди деталей – две нестандартные. Механизм не будет работать, если обе установленные детали окажутся нестандартными. Найти вероятность того, что механизм будет работать.

3. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Статистические свойства помех таковы, что искажается в среднем 40% сообщений типа «точка» и 65% – типа «тире». Известно, что среди сигналов «точка» и «тире» встречаются в соотношении 5 : 3. Найти вероятность того, что принят правильный сигнал, если принят сигнал : а) «точка»; б) «тире».

4. Всхожесть семян составляет 70%. Найти вероятность того, что из 8 посеянных семян взойдут: а) три? б) не менее трех.

5. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,75. Определить вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет: а) точно 130; б) не более 130. Найти наивероятнейшее число взошедших семян.

6. Из колоды с 36 картами выбирают наудачу 3. Рассматривается случайная величина X – число тузов среди вынутых карт. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 \quad \text{при} \quad x<-1; \\ cx+\frac{1}{3} \quad \text{при} \quad -1\le x\le 2; \\ 1 \quad \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<1)$.

Вариант 17.

1. Брошены две игральные кости. Чему равна вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадет 5 очков?

2. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок потребует внимания рабочего, равна 0,8; второй – 0,6; третий – 0,5. Найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего: а) не потребует ни один станок; б) потребуют два станка

3. В тире имеется 5 винтовок, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Выстрел из наудачу взятой винтовки дал промах. Из какой винтовки вероятнее всего был произведен выстрел?

4. Вероятность того, что покупателю необходима обувь 40-го размера, равна 0,3. Найти вероятность того, что из пяти первых покупателей обувь этого размера будет необходима: а) одному; б) по крайней мере, одному.

5. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,1. Найти наивероятнейшее число стандартных среди 150 деталей. Определить вероятность того, что среди 200 деталей будет: а) 30 нестандартных; б) не более 30 нестандартных.

6. Игральная кость брошена 2 раза. Рассматривается случайная величина X – сумма выпавших очков. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-1;1];\\ cx^4 & \text{при} \quad x\in[-1;1].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 0{,}5)$.

Вариант 18.

1. В мастерской 2 мотора работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя в течение смены первого мотора равна 0,1; второго – 0,15. Найти вероятность того, что в течение смены оба мотора будут работоспособны.

2. Среди 50 ламп – 3 нестандартные. Найти вероятность того, что две взятые лампы окажутся нестандартными.

3. Имеется 5 винтовок, из которых 3 – с оптическим прицелом. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из винтовки с прицелом равна 0,9; без прицела – 0,7. Произведенные 4 выстрела из наудачу взятой винтовки дали результат: три попадания и один промах. Найти вероятность того, что выстрел произведен из винтовки: а) с прицелом; б) без прицела.

4. Вероятность того, что наудачу взятая деталь является нестандартной, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди 5 деталей не менее 4 будут стандартными.

5. При штамповке металлических клемм получается 90% годных. Найти наивероятнейшее число годных клемм среди 900 отобранных. Определить вероятность того, что среди отобранных окажется: а) 105 бракованных; б) не менее 105 и не более 110 бракованных.

6. Три спортсмена участвуют в отборочных соревнованиях. Вероятность зачисления в сборную команду первого спортсмена равна 0,8; второго – 0,7; третьего – 0,6. Рассматривается случайная величина X – число спортсменов, попавших в сборную. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-2; \\ c(x+2) & \text{при} \quad -2\le x\le 2; \\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<1)$.

Вариант 19.

1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6; второго – 0,7; третьего – 0,75. Найти вероятность, по крайней мере, одного попадания в цель, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу?

2. В ящике среди 100 одинаковых по виду деталей – 80 стандартных. Взяты две детали. Найти вероятность возможных при этом исходов.

3. Среди поступающих на сборку деталей с первого станка – 0,1% бракованных, со второго – 0,2%, с третьего – 0,25%, с четвертого – 0,5%. Производительности станков относятся как 4 : 3 : 2 : 1 соответственно. Поступившая на сборку деталь оказалась стандартной. Найти вероятность, что она изготовлена: а) на первом станке; б) на четвертом станке.

4. В хлопке 70% длинных волокон. Какова вероятность того, что среди 10 взятых наудачу волокон не менее восьми окажутся длинными?

5. Вероятность того, что покупателю необходима обувь 41-го размера, равна 0,2. Найти наивероятнейшее число покупателей обуви 41-го размера из 750. Какова вероятность того, что из 750 покупателей обувь 41-го размера потребуют: а) 140 человек; б) не более 140.

6. Завод в среднем выпускает 40% изделий со знаком качества. Выбираются наугад 4 изделия. Рассматривается случайная величина X – число изделий со знаком качества среди выбранных. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx(1+x) & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<0{,}5)$.

Вариант 20.

1. В денежно-вещевой лотереи на 1000 билетов приходится 24 денежных и 10 вещевых выигрышей. Покупается два билета. Какова вероятность выиграть: а) хотя бы по одному билету; б) по первому билету денег, а по второму – вещей.

2. Пусть вероятность того, что покупателю необходима обувь 41-го размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что пять первых покупателей потребуют обувь 41-го размера.

3. Вероятность попадания в цель из первого орудия равна 0,7; из второго – 0,85; из третьего – 0,8. Из наудачу выбранного орудия произведено по цели 2 выстрела, из которых один дал попадание. Из какого орудия вероятнее всего велась стрельба?

4. Вероятность ремонта телевизора в течение гарантийного срока равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров ремонт потребуют: а) не более двух; б) хотя бы два.

5. Вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,8. Найти наивероятнейшее число наступления события A при 100 испытаниях. Определить вероятность того, что при 100 испытаниях, событие A произойдет: а) 75 раз; б) не мене 75 и не более 85 раз.

6. Трое охотников одновременно производят по одному выстрелу по вепрю. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,2; для второго – 0,4; для третьего – 0,6. Рассматривается случайная величина X – число попаданий. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-1; \\ c(x+1) & \text{при} \quad -1\le x\le 2; \\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0\le X<1)$.

Вариант 21.

1. Прибор состоит из трех узлов, работающих независимо друг от друга. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя. Вероятность безотказной работы в течение суток первого узла равна 0,9; второго – 0,95; третьего – 0,85. Найти вероятность того, что в течение суток прибор будет работать нормально.

2. В мешке смешаны 30% катушек с нитями белого цвета и 70% – красного. Найти вероятность того, что вынутые наугад две катушки будут с нитями одного цвета.

3. Агрегат состоит из двух деталей первого типа, трех – второго и пяти – третьего. Выход из строя каждой детали происходит независимо от работы других и приводит к выходу из строя всего агрегата. Вероятность выхода из строя детали первого типа за смену равна 0,03; второго – 0,02; третьего – 0,01. Известно, что агрегат вышел из строя. К какому типу вероятнее всего принадлежит деталь, послужившая причиной выхода из строя всего агрегата?

4. Найти вероятность того, что в семье, имеющей 6 детей, не менее двух девочек. Вероятности рождения девочки и мальчика принять равными.

5. Вероятность опоздания пассажира к отправлению поезда равна 0,02. Найти наивероятнейшее число опоздавших из 85 пассажиров. Определить вероятность того, что число опоздавших пассажиров: а) будет точно 5; б) не превысит 5.

6. Из 16 лотерейных билетов – выигрышных 4. Приобретаются 3 билета. Рассматривается случайная величина X – число проигрышных билетов среди приобретенных. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x \notin [0; 2]; \\ c(2-x) & \text{при} \quad x \in [0; 2].\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $f(x)$. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 1)$.

Вариант 22.

1. При изготовлении детали заготовка должна пройти четыре операции. Найти вероятность изготовления стандартной детали, если вероятность брака на первой операции равна 0,02; на второй – 0,01; на третьей – 0,02; на четвертой – 0,03.

2. Два стрелка производят в цель по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7; для второго – 0,8. Найти вероятность того, что в цель: а) попадут оба стрелка; б) попадет только один.

3. Трое охотников одновременно выстрелили по вепрю, который в результате был убит одной пулей. Как должны охотники разделить вепря весом 140 кг, если вероятности попадания каждого охотника равны соответственно 0,8; 0,6 и 0,3?

4. Вероятность выиграть по билету лотереи равна 0,15. Найти вероятность выигрыша не менее чем по двум билетам из шести.

5. Вероятность правильного срабатывания автомата при опускании монеты равна 0,03. Найти наивероятнейшее число случаев правильного срабатывания автомата при опускании 150 монет. Определить вероятность того, что число случаев правильного срабатывания окажется: а) равным 140; б) менее 140.

6. Среди 20 изделий – 15 первого сорта и 5 второго. Выбираются наудачу 4 изделия. Рассматривается случайная величина X – число первосортных изделий в выборке. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<4; \\ cx-2 & \text{при} \quad 4 \le x \le 6; \\ 1 & \text{при} \quad x>6.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(4 \le X < 5)$.

Вариант 23.

1. Достигшему 60-летнего возраста вероятность умереть на 61-м году жизни равна 0,09. Какова вероятность того, что из трех человек в возрасте 60 лет через год: а) все трое будут живы? б) по крайней мере, один будет жив?

2. В мешке смешаны теннисные мячи, среди которых 30% белого и 70% желтого цвета. Найти вероятность того, что вынутые наугад два мяча будут разного цвета.

3. В приемнике имеется 14 транзисторов двух типов. Из них 6 – первого типа, 8 – второго. Вероятность выхода из строя в течение гарантийного срока транзистора первого типа равна 0,002; второго – 0,004. Приемник выходит из строя в результате выхода из строя любого транзистора. Известно, что в течение гарантийного срока приемник вышел из строя. Какова вероятность того, что причиной послужил выход из строя транзистора первого типа?

4. Произведено 15 выстрелов. Найти вероятность разрушения объекта, если для этого необходимо не менее трех попаданий. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4.

5. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,8. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность такого исхода стрельбы при 90 выстрелах Определить вероятность не менее 809 попаданий при 90 выстрелах.

6. Подводная лодка атакует корабль, выпуская по нему 4 торпеды. Вероятность попадания каждой ракеты равна 0,4. Рассматривается случайная величина X – число попаданий. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [-2;2]; \\ c & \text{при} \quad x \in [-2;2]. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(-1 \le X < 2)$.

Вариант 24.

1. Произведен залп по цели из 2-х орудий. Вероятность попадания из первого равна 0,85; из второго – 0,91. Найти вероятность поражения цели.

2. Вероятность попадания в цель при сбрасывания бомбы равна 0,7. Вероятность того, что бомба не взорвется, равна 0,08. Найти вероятность разрушения объекта, если будет сброшена одна бомба.

3. На первом заводе на каждые 100 изделий производится в среднем 90 первосортных; на втором – 95 первосортных; на третьем –

85. В магазине продукция заводов поставляется в соотношении 5 : 3: 2. Какова вероятность того, что купленное изделие изготовлено на первом заводе, если оно оказалось первосортным?

4. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Какова вероятность того, что среди 10 деталей окажется не менее двух нестандартных?

5. На факультете – 620 студентов. Вероятность того, что студент не сдаст сессию, равна 0,04. Найти наивероятнейшее число студентов, не сдавших сессию. Определить вероятность того, что сессию сдадут: а) 590 студентов; б) не менее 600 студентов.

6. Игра заключается в набрасывании колец на колышек. Игрок получает 5 колец и бросает их до первого набрасывания, вероятность которого для каждого броска равна 0,3. Рассматривается случайная величина X – число неизрасходованных колец. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx & \text{при} \quad 0\le x\le 5;\\ 1 & \text{при} \quad x>5.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(2\le X<4)$.

Вариант 25.

1. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,9; второй – 0,8; третий – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребуют: а) все станки; б) ни один из станков.

2. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает два предложенных ему на экзамене вопроса.

3. На двух станках изготавливаются одинаковые детали. Вероятность изготовления высшего сорта на первом станке равна 0,92; на втором – 0,8. Производительность первого станка в 3 раза выше производительности второго. Наудачу взятая деталь оказалась высшего сорта. Какова вероятность того, что она была изготовлена на втором станке?

4. Вероятность попадания в цель равна 0,3. Производится 6 выстрелов. Найти вероятность не менее четырех попаданий.

5. Если в среднем левши составляют 1%, какова вероятность того, что среди 200 человек окажется: а) 4 левши; б) не более 4 левшей. Найти наивероятнейшее число левшей среди 200 человек.

6. В вещевой лотереи разыгрываются две вещи стоимостью по 10 гривен и одно стоимостью 30 гривен. Субъект A приобретает один билет стоимостью 1 гривна. Всего продано 50 билетов. Рассматривается случайная величина X – сумма чистого выигрыша для субъекта A. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x<1; \\ cx^3 & \text{при} \quad 1\le x\le 2; \\ 0 & \text{при} \quad x>2. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(1 \le X < 1{,}5)$.

Вариант 26.

1. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,7; второй – 0,8; третий – 0,9; четвертый – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребует, по крайней мере, один станок.

2. Из 37 деталей, среди которых – 6 с дефектом, берут наудачу три. Найти вероятность того, что все они окажется без дефекта.

3. В группе 20 студентов: 12 юношей и 8 девушек. К семинару подготовились только 5 юношей и 6 девушек. Наудачу вызванный студент оказался неподготовленным. Какова вероятность того, что была вызвана девушка?

4. Произведено 10 выстрелов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,2. Найти вероятность не менее пяти попаданий.

5. В среднем на каждые 100 выращенных арбузов приходится один весом более 10 кг. Найти вероятность того, что среди 400 арбузов окажется весом более 10 кг: а) три арбуза; б) не менее трех. Найти также наивероятнейшее число таких арбузов среди 400 выращенных.

6. Профессор вызвал через старосту на консультацию трех студентов из семи отстающих. Староста забыл фамилии, названные профессором, и послал трех отстающих студентов наугад. Рассматривается случайная величина X – число студентов, посланных старостой из приглашенных профессором. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < -3; \\ cx + \frac{3}{5} & \text{при} \quad -3 \le x \le 2; \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0 \le X < 1)$.

Вариант 27.

1. В студенческой группе 28 человек. Среди них 20 студентов старше 19 лет и 8 студентов старше 22 лет. Какова вероятность того, что билет достанется студенту: а) старше 19 лет или старше 22 лет; б) старше 19 лет, но не старше 22 лет; в) старше 22 лет.

2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6. Найти вероятность одного попадания при трех выстрелах.

3. В правом кармане – три монеты по 25 копеек и 4 монеты по 5 копеек, а в левом – шесть монет по 25 копеек. Из правого кармана в левый наудачу перекладываются пять монет. Найти вероятность извлечения наудачу из левого кармана (после перекладывания) монеты достоинством в 25 копеек. Какой вариант перекладывания монет является наиболее вероятным, если наудачу извлеченная из левого кармана монета оказалась достоинством в 25 копеек?

4. Подводная лодка атакует корабль, выпуская по нему последовательно 4 торпеды. Вероятность попадания каждой торпеды равна 0,4. Найти вероятность того, что корабль будет уничтожен, если для этого необходимо не менее двух попаданий.

5. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,02. Сверла укладываются в коробки по 100 штук. Найти наивероятнейшее число сверл повышенной хрупкости в коробке. Определить вероятность того, что в коробке сверл повышенной хрупкости: а) не окажется; б) окажется не более трех.

6. Вероятность изготовления нестандартного изделия равна 0,6. Контролер берет из партии изделие и проверяет его качество. Если оно оказывается нестандартным, то производственный процесс останавливается. Если изделие оказывается стандартным, то контролер берет следующее и т.д., но проверяет не более 5 изделий. Рассматривается случайная величина X – число проверенных изделий. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [-2;-1]; \\ c(x+2) & \text{при} \quad x \in [-2;-1] \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(-1{,}5 \le X < -1)$.

Вариант 28.

1. Из тщательно перемешанных косточек домино наудачу берется одна. Какова вероятность того, что сумма очков на ней равна: а) 12-и; б) 6-и.

2. Вероятность поражения цели при четырех выстрелах равна 0,9919. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле.

3. Вероятность поступления в институт выпускника средней школы равна 0,6; техникума – 0,7; подготовительного отделения – 0,8. Среди каждых 100 абитуриентов – 50 выпускников средней школы, 25 – техникума и 25 – подготовительного отделения. Случайно выбранный абитуриент поступил в институт. Какова вероятность того, что абитуриент был выпускником: а) средней школы; б) техникума? в) подготовительного отделения?

4. В партии 10 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,5. Определить вероятность того, что в данной партии не менее 5 деталей окажутся стандартными.

5. На ткацкой фабрике происходит 10 обрывов нити на 100 веретен в час. Определить вероятность того, что в течение часа на 80 веретенах произойдет: а) 8 обрывов нити; б) от 6 до 8 обрывов. Найти наивероятнейшее число обрывов нити в час на 80 веретенах.

6. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,3. Рассматривается случайная величина X – число библиотек, которые посетил в поисках нужной книги, если в городе – четыре библиотеки. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1; \\ c(x-1) & \text{при} \quad 1\le x\le 5; \\ 1 & \text{при} \quad x>5.\end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(2 \le X < 4)$.

Вариант 29.

1. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков на них окажется меньше восьми?

2. Вероятность того, что первый из четырех станков в течение часа не потребует внимания рабочего, равна 0,7; второй – 0,4; третий – 0,3. Вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего, равна 0,9822. Найти вероятность того, что четвертый станок в течение часа не потребует внимания рабочего.

3. В батарее три орудия. Возможность произвести первый выстрел одинакова для каждого орудия. Вероятность попадания в цель для первого орудия равна 0,8; для второго – 0,85; для третьего – 0,9. После первого выстрела снаряд попал в цель. Какова вероятность того, что выстрел был сделан: а) из первого орудия? б) из второго? в) из третьего?

4. Вероятность появления события А в каждом из 18 независимых опытов равна 0,2. Найти вероятность появления события А, по крайней мере, 3 раза.

5. Две работницы окрашивают изделия в красный цвет, три – в зеленый. Найти наивероятнейшее число изделий, окрашенных в зеленный цвет, среди 600 случайно отобранных. Определить вероятность того, что из 600 случайно отобранных изделий, окажется: а) 240 красных; б) от 228 до 264 красных.

6. Разрыв связи произошел на одном из пяти звеньев телефонного кабеля. Монтер последовательно проверяет звенья на предмет разрыва. Рассматривается случайная величина X – число проверенных звеньев до обнаружения разрыва, если вероятность разрыва одинакова для всех звеньев. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x<0; \\ cx^2 & \text{при} \quad 0 \le x \le 1; \\ 0 & \text{при} \quad x>1. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график *f(x)*. Определить интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(0{,}5 \le X < 0{,}8)$.

Вариант 30.

1. В студенческой группе 10 дружинников: 7 юношей и 3 девушки. Найти вероятность того, что из трех дружинников, выбранных по жребию, двое будут девушками и один юношей.

2. Два стрелка производят в цель по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6; для второго – 0,8. Найти вероятность того, что попадет: а) только первый стрелок; б) только один стрелок.

3. Товаровед проверяет обувь, поступившую с минской, ленинградской и харьковской обувных фабрик. Известно, что количество обуви из Минска поступает в два раза меньше, чем из Ленинграда, а из Ленинграда – в три раза меньше, чем из Харькова. Вероятность обнаружения брака для обуви минской фабрики равна 0,04; ленинградской – 0,02; харьковской – 0,1. Наудачу взятая пара обуви оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она произведена на харьковской фабрике.

4. Рабочий обслуживает 6 станков. Вероятность того, что станок в течение часа потребует внимания рабочего, равна 0,3. Какова вероятность того, что в течение часа не менее пяти станков потребуют внимания рабочего?

5. Вероятность выпуска нестандартного изделия равна 0,1. Чему равна вероятность того, что в партии из 2000 изделий число нестандартных изделий окажется: а) точно 201; б) не менее 220. Найти наивероятнейшее число нестандартных изделий среди 2000 выпущенных.

6. Имеется пять различных ключей, из которых только один подходит к замку. Рассматривается случайная величина X – число попыток открыть замок. Определить закон распределения в виде ряда распределения и в виде интегральной функции распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x.

7. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)=\begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x<2; \\ cx^2-\frac{1}{3} \quad \text{при} \quad 2\le x\le 4; \\ 1 \quad \text{при} \quad x>4. \end{cases}$ Найти значение постоянной величины c и построить график $F(x)$. Определить плотность распределения $f(x)$ и построить ее график. Найти математическое ожидание m_x, дисперсию D_x, среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений $P(2\le X<3)$.

Приложение А

Таблица А1. Значения функции $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	+ 0	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,04	+ 0,05	+ 0,06	+ 0,07	+ 0,08	+ 0,09
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3032	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0789	0,0774	0,0759	0,0745	0,0731	0,0718	0,0705	0,0692	0,0680	0,0668
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Таблица А2. Значения функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}dt$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,43	0,1664	0,86	0,3061	1,29	0,4015	1,72	0,4573	2,30	0,4893
0,01	0,0040	0,44	0,1700	0,87	0,3078	1,30	0,4032	1,73	0,4582	2,32	0,4898
0,02	0,0080	0,45	0,1736	0,88	0,3106	1,31	0,4049	1,74	0,4591	2,34	0,4904
0,03	0,0120	0,46	0,1772	0,89	0,3133	1,32	0,4066	1,75	0,4599	2,36	0,4909
0,04	0,0160	0,47	0,1808	0,90	0,3159	1,33	0,4082	1,76	0,4608	2,38	0,4913
0,05	0,0199	0,48	0,1844	0,91	0,3186	1,34	0,4099	1,77	0,4616	2,40	0,4918
0,06	0,0239	0,59	0,1879	0,92	0,3211	1,35	0,4115	1,78	0,4625	2,42	0,4922
0,07	0,0279	0,50	0,1915	0,93	0,3238	1,36	0,4131	1,79	0,4633	2,44	0,4927
0,08	0,0319	0,51	0,1950	0,94	0,3264	1,37	0,4147	1,80	0,4641	2,46	0,4931
0,09	0,0359	0,52	0,1985	0,95	0,3289	1,38	0,4162	1,81	0,4649	2,48	0,4934
0,10	0,0398	0,53	0,2019	0,96	0,3315	1,39	0,4177	1,82	0,4656	2,50	0,4938
0,11	0,0438	0,54	0,2054	0,97	0,3340	1,40	0,4192	1,83	0,4665	2,52	0,4941
0,12	0,0478	0,55	0,2086	0,98	0,3365	1,41	0,4207	1,84	0,4671	2,54	0,4945
0,13	0,0517	0,56	0,2123	0,99	0,3389	1,42	0,4222	1,85	0,4678	2,56	0,4948
0,14	0,0557	0,57	0,2157	1,00	0,3413	1,43	0,4236	1,86	0,4686	2,58	0,4951
0,15	0,0596	0,58	0,2190	1,01	0,3438	1,44	0,4251	1,87	0,4693	2,60	0,4953
0,16	0,0636	0,59	0,2224	1,02	0,3461	1,45	0,4265	1,88	0,4699	2,62	0,4956
0,17	0,0675	0,60	0,2257	1,03	0,3485	1,46	0,4279	1,89	0,4706	2,64	0,4959
0,18	0,0714	0,61	0,2291	1,04	0,3508	1,47	0,4292	1,90	0,4713	2,66	0,4961
0,19	0,0753	0,62	0,2324	1,05	0,3531	1,48	0,4306	1,91	0,4719	2,68	0,4963
0,20	0,0793	0,63	0,2357	1,06	0,3554	1,49	0,4319	1,92	0,4726	2,70	0,4965
0,21	0,0832	0,64	0,2389	1,07	0,3577	1,50	0,4332	1,93	0,4732	2,72	0,4967
0,22	0,0871	0,65	0,2422	1,08	0,3599	1,51	0,4345	1,94	0,4738	2,74	0,4969
0,23	0,0910	0,66	0,2454	1,09	0,3621	1,52	0,4357	1,95	0,4744	2,76	0,4971
0,24	0,0948	0,67	0,2486	1,10	0,3643	1,53	0,4370	1,96	0,4780	2,78	0,4973
0,25	0,0987	0,68	0,2517	1,11	0,3665	1,54	0,4382	1,97	0,4756	2,80	0,4974
0,26	0,1026	0,69	0,2549	1,12	0,3686	1,55	0,4394	1,98	0,4761	2,82	0,4975
0,27	0,1064	0,70	0,2580	1,13	0,3708	1,56	0,4406	1,99	0,4767	2,84	0,4977
0,28	0,1103	0,71	0,2611	1,14	0,3729	1,57	0,4418	2,00	0,4772	2,86	0,4979
0,29	0,1141	0,72	0,2640	1,15	0,3749	1,58	0,4429	2,02	0,4783	2,88	0,4980
0,30	0,1179	0,73	0,2673	1,16	0,3770	1,59	0,4441	2,04	0,4793	2,90	0,4981
0,31	0,1217	0,74	0,2703	1,17	0,3790	1,60	0,4452	2,06	0,4803	2,92	0,4982
0,32	0,1255	0,75	0,2734	1,18	0,3810	1,61	0,4463	2,08	0,4812	2,94	0,4984
0,33	0,1293	0,76	0,2764	1,19	0,3830	1,62	0,4474	2,10	0,4821	2,96	0,4985
0,34	0,1331	0,77	0,2794	1,20	0,3849	1,63	0,4484	2,12	0,4830	2,98	0,4986
0,35	0,1368	0,78	0,2823	1,21	0,3869	1,64	0,4495	2,14	0,4838	3,00	0,4986
0,36	0,1406	0,79	0,2862	1,22	0,3883	1,65	0,4505	2,16	0,4846	3,20	0,4993
0,37	0,1443	0,80	0,2881	1,23	0,3907	1,66	0,4515	2,18	0,4854	3,40	0,4997
0,38	0,1480	0,81	0,2910	1,24	0,3925	1,67	0,4525	2,20	0,4861	3,60	0,4998
0,39	0,1517	0,82	0,2939	1,25	0,3944	1,68	0,4535	2,22	0,4868	3,80	0,4999
0,40	0,1554	0,83	0,2967	1,26	0,3962	1,69	0,4545	2,24	0,4875	4,00	0,5
0,41	0,1591	0,84	0,2995	1,27	0,3980	1,70	0,4554	2,26	0,4881	4,50	0,5
0,42	0,1628	0,85	0,3023	1,28	0,3997	1,71	0,4564	2,28	0,4887	5,00	0,5

Приложение В – Образец титульной страницы

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
Заочний факультет

Контрольна робота з предмету ***Теорія імовірностей .***

Студент ***2-го*** курсу. Група ***ЕПМГ-1 .*** Шифр ***20547.***

Прізвище, ім’я, по-батькові ***Савіна Олена Єреміївна***

Домашня адреса: ***61100, Вінницька обл., м. Жмеринка,***

вул. Гостела, 20, кв 146.

Дата виконання роботи ***20.03.07.*** Варіант ***№ 17.***

Відмітка про залік ________ Підпис викладача ________

Учебное издание

ПРОГРАММА, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Автор Николай Иванович Самойленко

Редактор Н.З.Алябьев

План 2006, поз 568 .

Подп. к печати 18.09.06. Формат 60×84 1/16. Бумага офисная.
Печать на ризографе. Усл.-печ. л. 3,0. Уч.-изд. л. 3,7. Тираж 250 экз.
Зак. №

ХНАГХ, 61002, Харьков 2, ул. Революции, 12
Сектор оперативной полиграфии ИВЦ ХНАГХ